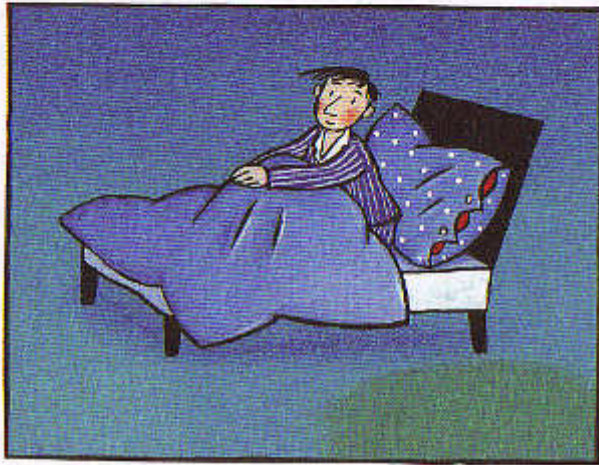


Die vierte Nacht



– Wo du mich überall hinschleppst! Einmal ist es eine Höhle, die keinen Ausgang hat, ein andermal lande ich in einem Wald aus lauter Einsen, in dem Pilze so groß wie Clubsessel wachsen, und heute? Wo bin ich überhaupt?

– Am Meer. Das siehst du doch.

Robert sah sich um.

Weit und breit nur weißer Sand, und hinter einem umgekippten Ruderboot, auf dem der Zahlentuffel saß, die Brandung. Eine ziemlich verlassene Gegend!

– Und du hast schon wieder deinen Taschenrechner vergessen.

– Hör mal, sagte Robert. Wie oft soll ich dir das noch sagen? Wenn ich einschlafe, kann ich doch nicht meinen ganzen Krempel mitschleppen. Weißt du vielleicht am Abend zuvor, wovon du träumen wirst?

– Natürlich nicht, antwortete der Alte. Aber wenn du von mir träumst, könntest du doch ebenso gut auch gleich von deinem Taschenrechner träumen. Aber nein! Ich muss wieder alles herbeizaubern. Immer ich! Und dann heißt es auch noch, der

0,3
0,03
0,003
0,0003
0,00003
...

Kapiert? Ja? Dann versuch mal, das Ganze mal drei zu nehmen, die erste Drei, also die drei Zehntel, dann die drei Hundertstel und so weiter.

– Kein Problem, sagte Robert. Das kann ich sogar im Kopf ausrechnen:

$$\begin{aligned}0,3 \times 3 &= 0,9 \\0,03 \times 3 &= 0,09 \\0,003 \times 3 &= 0,009 \\0,0003 \times 3 &= 0,0009\end{aligned}$$

Na ja, und so weiter.

– Gut. Und wenn du nun die Neuner alle wieder zusammenzählst, was passiert dann?

– Moment! 0,9 plus 0,09 gibt 0,99; plus 0,009 gibt 0,999. Immer mehr Neuner. Das scheint ja schon wieder ewig so weiterzugehen.

– Allerdings. Nur, wenn du es recht bedenkst: Da stimmt doch was nicht! Wenn du drei Drittel zusammenrechnest, müsste doch 1 herauskommen, oder? Denn ein Drittel mal drei gibt ein Ganzes. Da beißt die Maus keinen Faden ab. Also?

– Keine Ahnung, sagte Robert. Irgendetwas fehlt. 0,999 ist zwar *fast* eins, aber nicht ganz.

– Das ist es ja. Deshalb musst du immer weitermachen mit den Neunen und darfst nie aufhören.

– Können vor Lachen!

– Kein Problem für einen Zahlenteufel!

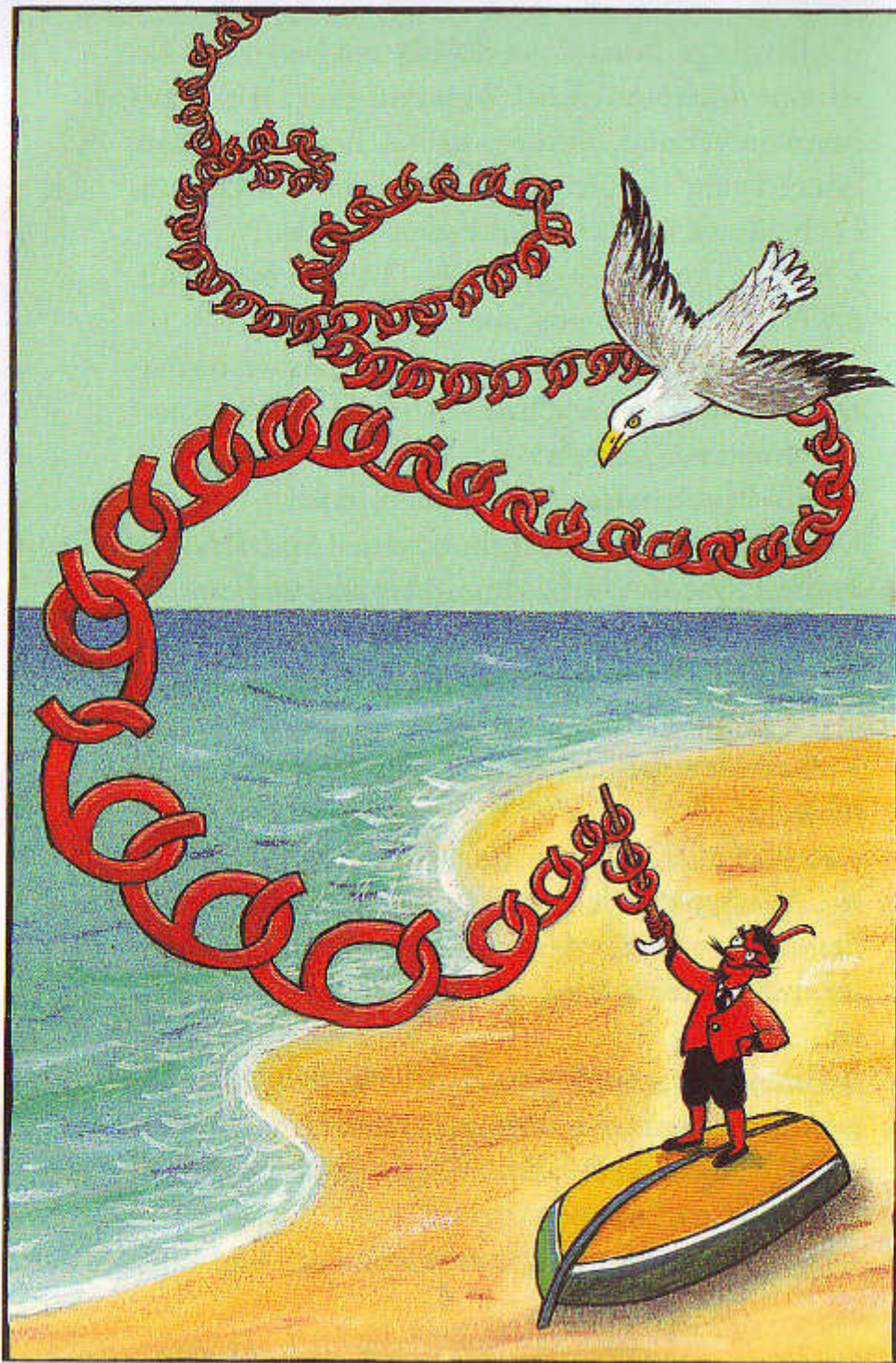
Der Alte lachte boshaft, hob seinen Spazierstock in die Höhe, fuchtelte damit herum, und im Nu füllte sich der ganze Himmel mit einer langen, langen Schlange von Neunen, die sich immer weiter in die Höhe wand.

– Aufhören, schrie Robert. Da wird einem ja schlecht!

– Kostet mich nur ein Fingerschnipsen, weg sind sie. Aber erst, sofern du zugibst, dass diese Neunerschlange hinter der Null, wenn sie immer weiter und weiter wächst, genauso viel wie eine Eins ist.

Während er sprach, wuchs die Schlange immer weiter. Sie verdunkelte langsam den Himmel. Obwohl Robert ganz schwindlig wurde, wollte er aber nicht nachgeben.

– Nie und nimmer, sagte er. Ganz egal, wie lange



Der Zahlenteufel hob seinen Spazierstock in die Höhe, fuchtelte damit herum, und im Nu füllte sich der ganze Himmel mit einer langen, langen Schlange von Neunen.

du mit deiner Schlange weitermachst, etwas fehlt immer. Nämlich die letzte Neun.

– Es gibt keine letzte Neun, schrie der Zahlenteufel. Robert zuckte jetzt nicht mehr zusammen, wenn der Alte einen seiner kleinen Wutanfälle bekam. Er wusste: Jedes Mal, wenn das geschah, ging es um einen interessanten Punkt, um eine Frage, die nicht so leicht zu beantworten war.

Aber die endlose Schlange schwänzelte bedrohlich nahe um Roberts Nase herum, und auch um den Zahlenteufel wickelte sie sich so eng, dass nicht mehr viel von ihm zu sehen war.

– Also gut, sagte Robert, ich gebe nach. Doch nur, wenn du uns die Schlange vom Halse schaffst.

– Schon besser.

Mühsam erhob der Alte seinen Stock, der schon über und über mit Neunen bedeckt war, murmelte etwas Unverständliches vor sich hin – und schon war die Welt wieder frei von dem Geschlinge.

– Uff, sagte Robert. Ob das nur so mit den Dreieren und den Neunern geht? Oder machen auch die andern Zahlen solche scheußlichen Schlangen?

– Endlose Schlangen gibt es wie Sand am Meer, mein Lieber. Schätz mal, wie viele allein zwischen 0,0 und 1,0 auftauchen! Robert dachte scharf nach. Dann sagte er:

– Endlos viele. Fürchterlich viele. Genauso viele wie zwischen eins und Aschgrau.

– Nicht schlecht. Sehr gut, sagte der Zahlenteufel. Aber kannst du das auch beweisen?

– Klar kann ich.

– Da bin ich aber gespannt.

– Ich schreibe einfach eine Null hin und ein Komma, sagte Robert. Hinter das Komma schreibe ich eine Eins: 0,1. Dann eine Zwei. Und so weiter. Wenn ich so weitermache, dann stehen alle Zahlen, die es überhaupt gibt, hinter dem Komma, und zwar noch bevor ich bei 0,2 angekommen bin.

– Alle ganzen Zahlen.

– Natürlich. Alle ganzen Zahlen. Zu jeder Zahl zwischen eins bis zum Gehtnichtmehr gibt's eine mit einer Null und einem Komma davor, und alle sind sie kleiner als eins.

– Fabelhaft, Robert. Ich bin stolz auf dich.

Er war offenbar sehr zufrieden. Aber weil er es nicht lassen konnte, kam er mit einer neuen Idee.

– Manche von deinen Zahlen hinter dem Komma führen sich aber recht eigenartig auf. Soll ich dir zeigen, wie?

– Bitte! Solange du nicht den ganzen Strand mit diesen ekelhaften Schlangen vollstopfst.

– Keine Sorge. Dein großer Rechner tut es auch. Du brauchst nur einzutippen: Sieben durch elf.

Robert ließ sich das nicht zweimal sagen.

$$7:11=0,636363636363636\dots$$

– Was ist denn da los, rief er. Immer 63 und dann noch mal 63 und noch mal 63. Vermutlich geht das immer so weiter.

– Sicher, aber das ist noch gar nichts. Probier's doch mal mit sechs durch sieben!

Robert tippte:

$$6:7=0,857142857142857\dots$$

– Nach einer Weile kommen immer dieselben Zahlen, rief er. 857 142, dann geht's von vorn los. Die Zahl dreht sich ja im Kreis!

– Tja, das sind schon ganz phantastische Geschöpfe, die Zahlen. Im Grunde, weißt du, gibt es gar keine gewöhnlichen Zahlen. Jede von ihnen hat ihre eigene Nase, ihre eigenen Geheimnisse. Man kommt ihnen nie ganz auf die Schliche. Die Neunerschlange hinter der Null und dem Komma zum Beispiel, die nie an ein Ende kommt und doch genauso viel ist wie eine simple Eins. Außerdem gibt es noch viele andere, die sich noch weit bockiger aufführen und hinter ihrem Komma völlig verrückt spielen. Das sind die unvernünftigen Zahlen. Die heißen so, weil sie sich nicht an die Spielregeln



halten. Wenn du noch einen Moment lang Lust und Zeit hast, zeige ich dir, wie sie es treiben. Immer, wenn der Zahlenteufel so verdächtig höflich war, hatte er wieder eine furchtbare Neuigkeit auf Lager. Das wusste Robert inzwischen. Aber er war viel zu neugierig, um aufzugeben.

- Also gut, sagte er.
- Du erinnerst dich doch, wie das Hopsen geht? Was wir mit der Zehn und mit der Zwei gemacht haben? Zehn mal zehn mal zehn gleich tausend, und damit es schneller geht:

$$10^3 = 1000$$

Und dasselbe mit der Zwei.

- Sicher. Wenn ich die Zwei hopsen lasse, gibt es:

$$2, 4, 8, 16, 32$$

und so weiter, wie immer bei deinen Spielchen, bis ins Aschgraue.

- Also, sagte der Alte. Zwei hoch vier ist?
- Sechzehn, rief Robert. Sage ich doch!
- Tadellos. Und jetzt machen wir dasselbe, nur umgekehrt. Wir hopsen sozusagen rückwärts. Ich sage 16 und du hopst eins zurück.
- Acht!
- Und wenn ich acht sage?

- Vier, sagte Robert. Das liegt auf der Hand.
- Dann musst du dir nur noch merken, wie dieser Trick heißt. Man sagt nicht: rückwärtshopsen, man sagt: einen Rettich ziehen. So, wie wenn du eine Wurzel aus dem Boden ziehst.

Also: Rettich aus hundert ist zehn, Rettich aus zehntausend ist hundert. Und was ist Rettich aus fünfundzwanzig?

- Fünfundzwanzig, sagte Robert, ist fünf mal fünf. Also ist fünf der Rettich aus fünfundzwanzig.
- Wenn das so weitergeht, Robert, wirst du noch eines Tages mein Zaubrerlehrling. Rettich aus vier?
- Rettich aus vier ist zwei.
- Rettich aus 5929?

- Du spinnst ja, schrie Robert. Jetzt war er es, der die Fassung verlor. Wie soll ich das denn ausrechnen? Du hast doch selber gesagt, Rechnen sei nur was für Idioten. Damit werden wir schon in der Schule geplagt, davon brauche ich nicht auch noch zu träumen.

- Immer mit der Ruhe, sagte der Zahlenteufel. Für solche kleinen Probleme haben wir doch unsern Taschenrechner.

- Taschenrechner ist gut, meinte Robert. Das Ding ist ja so groß wie ein Sofa.

- Jedenfalls hat es eine Taste, auf der steht:



Du siehst sicher sofort, was das bedeutet.

– Rettich, rief Robert.

– Korrekt. Also probier mal:

$$\sqrt{5929} =$$

Robert probierte es, und sofort erschien die Lösung auf der Sofalehne:

77

– Wunderbar. Aber jetzt kommt's! Drücke bitte $\sqrt{2}$, aber halte dich gut fest!

Robert tippte und las:

1,4 142 1356237309504880 1688724...

– Entsetzlich, sagte er. Das gibt ja überhaupt keinen Sinn. Der reinste Zahlensalat. Ich blicke nicht mehr durch.

– Niemand blickt da durch, mein lieber Robert. Das ist es ja. Der Rettich aus zwei ist eben eine unvernünftige Zahl.

– Und woher soll ich wissen, wie sie weitergeht hinter den letzten drei Ziffern? Denn dass sie immer weitergeht, ahne ich schon.

– Stimmt. Aber da kann ich dir leider auch nicht weiterhelfen. Die nächsten Ziffern bringst du nur

heraus, wenn du dich halb totrechnest, so lange, bis dein Rechner streikt.

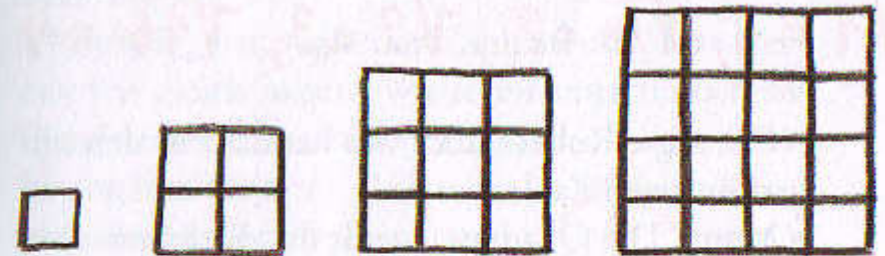
– Irre, sagte Robert. Komplette verrückt. Und dabei sieht dieses Monster so simpel aus, wenn man es anders schreibt:

$$\sqrt{2}$$

– Ist es auch. Mit einem Spazierstock kannst du $\sqrt{2}$ ganz bequem in den Sand zeichnen.

Er kratzte mit seinem Stock ein paar Figuren in den Sand.

– Schau mal:



Und jetzt zählst du mal die kleinen Kästchen. Merkst du was?

– Natürlich. Das sind lauter gehopste Zahlen.

$$1 \times 1 = 1^2 = 1$$

$$2 \times 2 = 2^2 = 4$$

$$3 \times 3 = 3^2 = 9$$

$$4 \times 4 = 4^2 = 16$$

– Ja, sagte der Zahlenteufel, und du siehst sicher auch, wie es funktioniert. Du brauchst nur zu zählen, wie viele Kästchen an jeder Seite eines Quadrates liegen, und schon hast du die Zahl, mit der gehopst wird. Und umgekehrt. Wenn du weißt, wie viele Kästchen das ganze Quadrat hat, sagen wir mal z.B. 36, und du ziehst aus dieser Zahl den Rettich, dann kommst du wieder bei der Zahl der Kästchen an, die an einer Seite liegen:

$$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$$

– Ok, sagte Robert, aber was hat das mit den unvernünftigen Zahlen zu tun?

– Mmm. Die Quadrate, weißt du, die haben es in sich. Trau nie einem Quadrat! Die sehen zwar brav aus, aber sie können ganz schön tückisch sein. Schau dir zum Beispiel das hier an!

Er ritzte ein ganz gewöhnliches leeres Quadrat in den Sand. Dann zog er ein rotes Lineal aus der Tasche und legte es quer durch:



Und wenn jetzt jede Seite die Länge eins hat ...

– Was heißt eins? Ein Zentimeter oder ein Meter oder was?

– Das ist doch ganz egal, sagte der Zahlenteufel ungeduldig. Das kannst du dir aussuchen. Nenn es meinetwegen einen Quing oder einen Quang, wie du willst. Und jetzt frage ich dich: Wie lang ist dann das rote Lineal da drinnen?

– Woher soll ich das wissen?

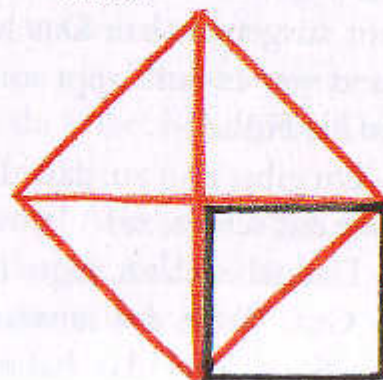
– Rettich aus zwei, rief der Alte triumphierend. Er grinste teuflisch.

– Wieso denn das? Robert fühlte sich wieder mal überrumpelt.

– Nicht ärgern, sagte der Zahlenteufel. Das werden wir gleich haben! Wir legen einfach noch ein Quadrat dazu, so schief obendrauf.

Er zog fünf weitere rote Lineale hervor und legte sie in den Sand.

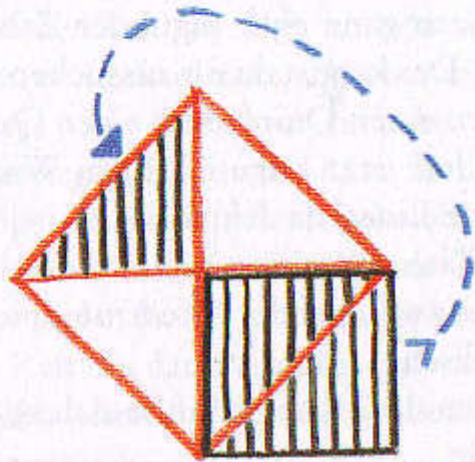
Jetzt sah die Figur so aus:



– Und jetzt rate mal, wie groß das rote Quadrat ist, das schiefe?

– Keine Ahnung.

– Genau doppelt so groß wie das schwarze. Du brauchst nur die untere Hälfte von dem schwarzen rüberzuschieben in eine der vier Ecken von dem roten, dann siehst du, warum:



Sieht aus wie ein Spiel, das wir immer gespielt haben, als wir klein waren, dachte Robert. Man faltet ein Papier zusammen, das man innen schwarz und rot ausgemalt hat. Das heißt Himmel und Hölle, und wer es aufklappt und Rot kriegt, der kommt in die Hölle.

– Du gibst also zu, dass das rote doppelt so groß ist wie das schwarze?

– Das gebe ich zu, sagte Robert.

– Gut. Wenn das schwarze ein mal einen Quang groß ist, und das haben wir doch ausgemacht,

können wir das so schreiben: 1^2 , wie groß muss dann das rote sein?

– Zweimal so groß, sagte Robert.

– Also zwei Quang, sagte der Zahlenteufel. Und wie lang wird dann jede Seite von dem roten Quadrat sein? Dazu musst du rückwärtshopsen! Den Rettich ziehen!

– Jajajaja, sagte Robert. Es fiel ihm wie Schuppen von den Augen.

– Rettich, rief er. Rettich aus zwei!

– Schon sind wir wieder bei unserer total bekloppten, unvernünftigen Zahl: 1,414 213 ...

– Bitte nicht weiter vorsagen, sagte Robert schnell, sonst werde ich auch noch verrückt.

– Alles halb so wild, beruhigte ihn der Alte. Du brauchst die Zahl ja nicht auszurechnen. Du kannst sie einfach in den Sand zeichnen, das tut es auch. Nur glaub bitte nicht, dass diese unvernünftigen Zahlen selten vorkommen. Im Gegenteil. Die gibt es wie Sand am Meer. Unter uns gesagt, sind sie sogar noch häufiger als die andern.

– Ich denke, schon von den gewöhnlichen gibt es unendlich viele. Das hast du selbst behauptet. Das behauptest du doch dauernd!

– Ist ja auch wahr. Ehrenwort! Aber wie gesagt, von den unvernünftigen gibt es noch viel, viel mehr.

– Mehr als was? Mehr als unendlich viele?

– Genau.

– Jetzt gehst du zu weit, sagte Robert sehr entschieden. Das lasse ich mir nicht weismachen. Mehr als unendlich gibt es nicht. Das ist Quatsch mit Soße.

– Soll ich dir's beweisen?, fragte der Zahlenteufel. Soll ich sie herbeizaubern? Alle unvernünftigen Zahlen auf einmal?

– Bloß nicht! Mir hat schon die Neunerschlange gereicht. Und außerdem: Herbeizaubern heißt noch lange nicht beweisen.

– Donnerwetter! Stimmt! Jetzt hast du's mir aber gegeben.

Der Zahlenteufel schien diesmal nicht in Wut zu geraten. Er legte die Stirn in Falten und dachte angestrengt nach.

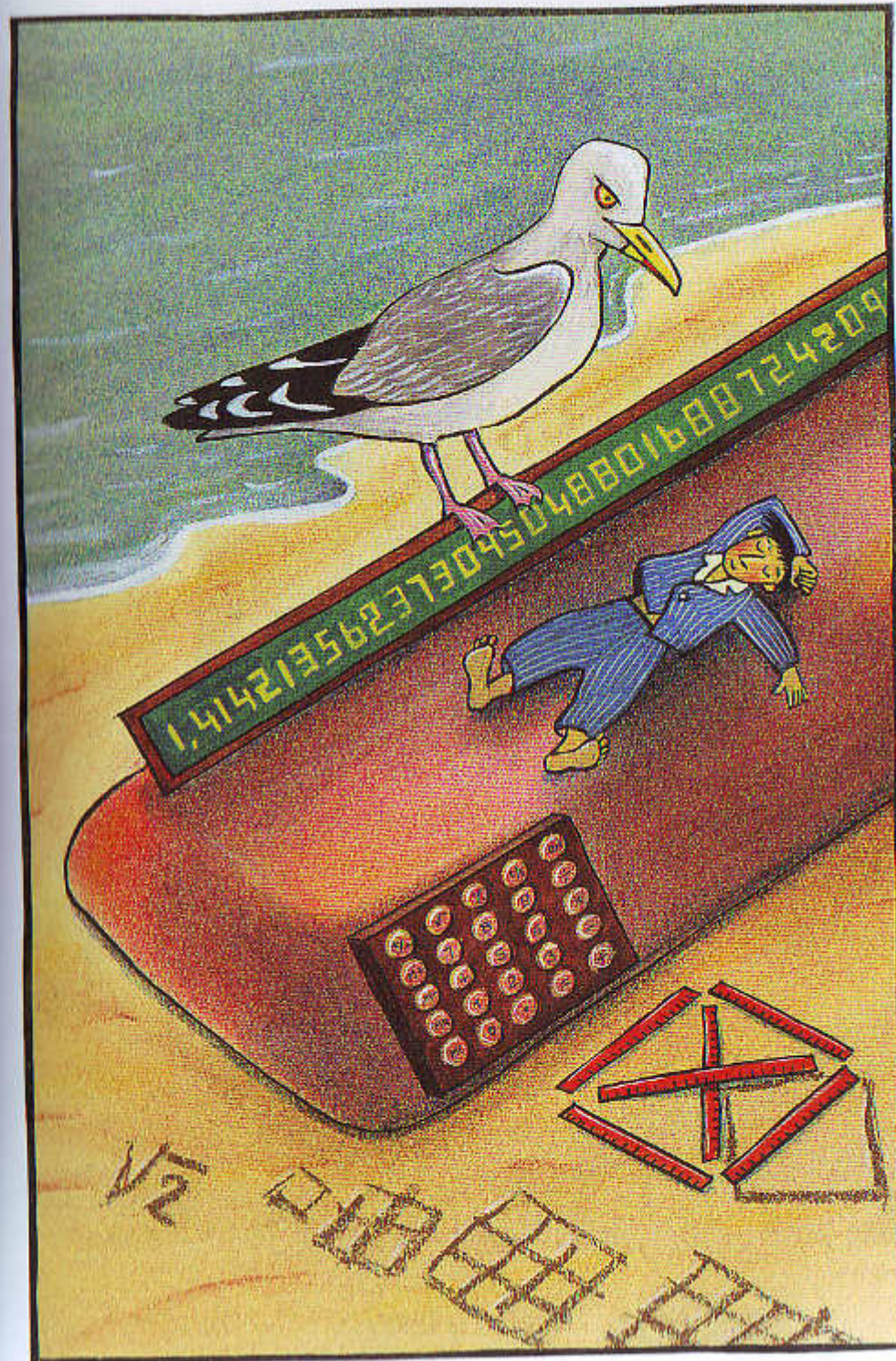
– Trotzdem, sagte er endlich. Vielleicht fällt mir der Beweis noch ein. Ich könnte es versuchen. Aber nur, wenn du darauf bestehst.

– Nein danke, für heute habe ich genug. Ich bin verdammt müde. Ich muss mich mal richtig auschlafen, sonst gibt es morgen in der Schule wieder Ärger. Ich glaube, ich haue mich einfach eine Weile hin, wenn es dir nichts ausmacht. Dieses Möbel da sieht doch ganz bequem aus.

Und er legte sich auf die flauschige, pelzige, sofa-große Rechenmaschine.

– Meinetwegen, sagte der Alte. Du schläfst ja schon. Im Schlaf lernt man immer am besten.

Diesmal machte sich der Zahlenteufel auf Zehen-



– Für heute habe ich genug, sagte Robert. Ich bin verdammt müde. Und er legte sich hin auf die flauschige, pelzige, sofa-große Rechenmaschine.

spitzen davon, weil er Robert nicht wecken wollte. Vielleicht ist er gar nicht so schlimm, dachte Robert noch. Im Grunde ist er sogar ganz nett. Und so schlief er ungestört und traumlos bis lang in den Vormittag. Er hatte völlig vergessen, dass Samstag war, und am Samstag gibt es ja keine Schule.

